スタディサプリ　共通テスト直前対策講座　数学ⅠAについて

この講座は，大学入学共通テストおよびセンター試験の「過去問題」を通じて，みなさんの実力をチェックし，底上げをするというコンセプトで作りました。この講座を見る頃は，おそらくほぼ全員の人が共通テストの過去問題を解いたことがあるでしょう。では, 今一度，次のことを思い返してください。

・いつその過去問題を解きましたか？　まだ実力が伴っていない時期ではないですか？
・どのようなやり方で解きましたか？　今でも同じ解法を取りますか？
・解き直しをしましたか？　それぞれの大問は最後まで解き切りましたか？

１つでも「あ……」と思った人，この講座は，そんなあなたのためにあります。

あなたの「今の」実力が，大学入学共通テストがあなたに要求している資質・能力に対し，どこまで到達していて，どの部分が上回っているのか，または下回っているのか，あなたの予習と動画講義を通じてチェックすることで，あなたの実力が分野毎に整理されます。到達している，または上回っていれば，あとは演習あるのみ，そうでなければ，各分野を見直す最後のチャンスです。

直前期だからこそできる,「あなたの課題」の発見と克服。この講座に，得点アップのカギが隠されています。あなたならではのそのカギを発見してください。

山内　恵介

―　目次　―

第１講　式と計算・図形と計量
第２講　関数・データの分析
第３講　場合の数と確率
第４講　整数の性質
第５講　図形の性質

※該当する講の「予習」を，ノート等に必ず行ってから動画講義に臨んでください。講義は予習を行っていることを前提に行われます。

第１講　式と計算・図形と計量

1

〔１〕 $(19+5\sqrt{13})(19-5\sqrt{13})=$ **アイ** であるから，$19-5\sqrt{13}$ は正の実数である。

$19+5\sqrt{13}$ の正の平方根を α とし，$19-5\sqrt{13}$ の正の平方根を β とする。このとき

$$\alpha^2+\beta^2=\boxed{\text{ウエ}},\quad \alpha\beta=\boxed{\text{オ}}$$

であり

$$(\alpha+\beta)^2=\boxed{\text{カキ}},\quad (\alpha-\beta)^2=\boxed{\text{クケ}}$$

である。したがって

$$\alpha=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}+\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

$$\beta=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}-\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

（次ページに続く。）

〔２〕 a，b を定数とするとき，x についての不等式

$$|ax-b-7|<3 \qquad \cdots\cdots①$$

を考える。

(1) $a=-3$，$b=-2$ とする。①を満たす整数全体の集合を P とする。この集合 P を，要素を書き並べて表すと

$P=\{$ アイ ， ウエ $\}$

となる。ただし， アイ ， ウエ の解答の順序は問わない。

(2) $a=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ とする。

(i) $b=1$ のとき，①を満たす整数は全部で オ 個である。

(ii) ①を満たす整数が全部で (オ $+1$) 個であるような正の整数 b のうち，最小のものは カ である。

2

〔1〕 以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて7ページの三角比の表を用いてもよい。

火災時に，ビルの高層階に取り残された人を救出する際，はしご車を使用することがある。

図1のはしご車で考える。はしごの先端をA，はしごの支点をBとする。はしごの角度（はしごと水平面のなす角の大きさ）は75°まで大きくすることができ，はしごの長さABは35mまで伸ばすことができる。また，はしごの支点Bは地面から2mの高さにあるとする。

以下，はしごの長さABは35mに固定して考える。また，はしごは太さを無視して線分とみなし，はしご車は水平な地面上にあるものとする。

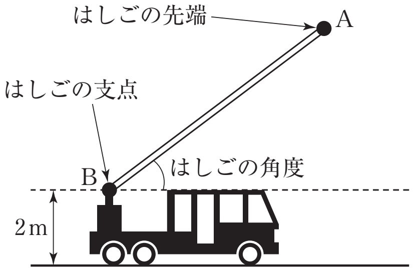


図　1

(1) はしごの先端Aの最高到達点の高さは，地面から アイ mである。小数第1位を四捨五入して答えよ。

（次ページに続く。）

(2) 図1のはしごは，図2のように，点Cで，ACが鉛直方向になるまで下向きに屈折させせることができる。ACの長さは10mである。

図3のように，あるビルにおいて，地面から26mの高さにある位置を点Pとする。障害物のフェンスや木があるため，はしご車をBQの長さが18mとなる場所にとめる。ここで，点Qは，点Pの真下で，点Bと同じ高さにある位置である。

このとき，はしごの先端Aが点Pに届くかどうかは，障害物の高さや，はしご車と障害物の距離によって決まる。そこで，このことについて，後の(i)，(ii)のように考える。

ただし，はしご車，障害物，ビルは同じ水平な地面上にあり，点A，B，C，P，Qはすべて同一平面上にあるものとする。

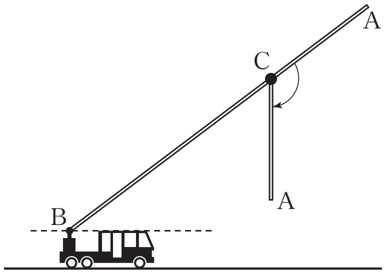


図　2

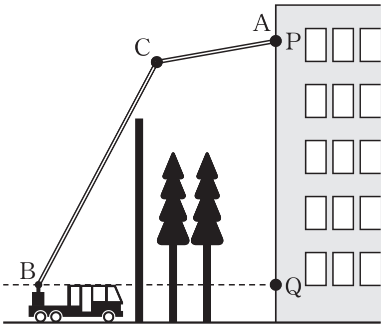


図　3

(i) はしごを点Cで屈折させ，はしごの先端Aが点Pに一致したとすると，∠QBCの大きさはおよそ［ウ］°になる。

［ウ］については，最も適当なものを，次の⓪～⑥のうちから一つ選べ。

⓪ 53	① 56	② 59	③ 63
④ 67	⑤ 71	⑥ 75	

（次ページに続く。）

(ii)　はしご車に最も近い障害物はフェンスで，フェンスの高さは7m 以上あり，障害物の中で最も高いものとする。フェンスは地面に垂直で2点B，Qの間にあり，フェンスとBQとの交点から点Bまでの距離は6m である。また，フェンスの厚みは考えないとする。

このとき，次の⓪～⑥のフェンスの高さのうち，図3のように，はしごがフェンスに当たらずに，はしごの先端Aを点Pに一致させることができる最大のものは，**エ** である。

エ の解答群

⓪　7m	①　10m	②　13m	③　16m
④　19m	⑤　22m	⑥　25m	

（次ページに続く。）

三角比の表

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175
2°	0.0349	0.9994	0.0349
3°	0.0523	0.9986	0.0524
4°	0.0698	0.9976	0.0699
5°	0.0872	0.9962	0.0875
6°	0.1045	0.9945	0.1051
7°	0.1219	0.9925	0.1228
8°	0.1392	0.9903	0.1405
9°	0.1564	0.9877	0.1584
10°	0.1736	0.9848	0.1763
11°	0.1908	0.9816	0.1944
12°	0.2079	0.9781	0.2126
13°	0.2250	0.9744	0.2309
14°	0.2419	0.9703	0.2493
15°	0.2588	0.9659	0.2679
16°	0.2756	0.9613	0.2867
17°	0.2924	0.9563	0.3057
18°	0.3090	0.9511	0.3249
19°	0.3256	0.9455	0.3443
20°	0.3420	0.9397	0.3640
21°	0.3584	0.9336	0.3839
22°	0.3746	0.9272	0.4040
23°	0.3907	0.9205	0.4245
24°	0.4067	0.9135	0.4452
25°	0.4226	0.9063	0.4663
26°	0.4384	0.8988	0.4877
27°	0.4540	0.8910	0.5095
28°	0.4695	0.8829	0.5317
29°	0.4848	0.8746	0.5543
30°	0.5000	0.8660	0.5774
31°	0.5150	0.8572	0.6009
32°	0.5299	0.8480	0.6249
33°	0.5446	0.8387	0.6494
34°	0.5592	0.8290	0.6745
35°	0.5736	0.8192	0.7002
36°	0.5878	0.8090	0.7265
37°	0.6018	0.7986	0.7536
38°	0.6157	0.7880	0.7813
39°	0.6293	0.7771	0.8098
40°	0.6428	0.7660	0.8391
41°	0.6561	0.7547	0.8693
42°	0.6691	0.7431	0.9004
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6820	1.0724
48°	0.7431	0.6691	1.1106
49°	0.7547	0.6561	1.1504
50°	0.7660	0.6428	1.1918
51°	0.7771	0.6293	1.2349
52°	0.7880	0.6157	1.2799
53°	0.7986	0.6018	1.3270
54°	0.8090	0.5878	1.3764
55°	0.8192	0.5736	1.4281
56°	0.8290	0.5592	1.4826
57°	0.8387	0.5446	1.5399
58°	0.8480	0.5299	1.6003
59°	0.8572	0.5150	1.6643
60°	0.8660	0.5000	1.7321
61°	0.8746	0.4848	1.8040
62°	0.8829	0.4695	1.8807
63°	0.8910	0.4540	1.9626
64°	0.8988	0.4384	2.0503
65°	0.9063	0.4226	2.1445
66°	0.9135	0.4067	2.2460
67°	0.9205	0.3907	2.3559
68°	0.9272	0.3746	2.4751
69°	0.9336	0.3584	2.6051
70°	0.9397	0.3420	2.7475
71°	0.9455	0.3256	2.9042
72°	0.9511	0.3090	3.0777
73°	0.9563	0.2924	3.2709
74°	0.9613	0.2756	3.4874
75°	0.9659	0.2588	3.7321
76°	0.9703	0.2419	4.0108
77°	0.9744	0.2250	4.3315
78°	0.9781	0.2079	4.7046
79°	0.9816	0.1908	5.1446
80°	0.9848	0.1736	5.6713
81°	0.9877	0.1564	6.3138
82°	0.9903	0.1392	7.1154
83°	0.9925	0.1219	8.1443
84°	0.9945	0.1045	9.5144
85°	0.9962	0.0872	11.4301
86°	0.9976	0.0698	14.3007
87°	0.9986	0.0523	19.0811
88°	0.9994	0.0349	28.6363
89°	0.9998	0.0175	57.2900
90°	1.0000	0.0000	―

（次ページに続く。）

〔２〕 三角形は，与えられた辺の長さや角の大きさの条件によって，ただ一通りに決まる場合や二通りに決まる場合がある。

以下，△ABC において AB＝4 とする。

(1) AC＝6，$\cos\angle BAC=\frac{1}{3}$ とする。このとき，BC＝ ア であり，△ABC はただ一通りに決まる。

(2) $\sin\angle BAC=\frac{1}{3}$ とする。このとき，BC の長さのとり得る値の範囲は，点 B と直線 AC との距離を考えることにより，$BC\geqq\frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ である。

$BC=\frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ または BC＝ エ のとき，△ABC はただ一通りに決まる。

また，∠ABC＝90° のとき，$BC=\sqrt{\boxed{オ}}$ である。

（次ページに続く。）

したがって，△ABC の形状について，次のことが成り立つ。

・$\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} < \mathrm{BC} < \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ のとき，△ABC は $\boxed{\text{カ}}$。

・$\mathrm{BC} = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ のとき，△ABC は $\boxed{\text{キ}}$。

・$\mathrm{BC} > \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ かつ $\mathrm{BC} \neq \boxed{\text{エ}}$ のとき，△ABC は $\boxed{\text{ク}}$。

$\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{ク}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ ただ一通りに決まり，それは鋭角三角形である
① ただ一通りに決まり，それは直角三角形である
② ただ一通りに決まり，それは鈍角三角形である
③ 二通りに決まり，それらはともに鋭角三角形である
④ 二通りに決まり，それらは鋭角三角形と直角三角形である
⑤ 二通りに決まり，それらは鋭角三角形と鈍角三角形である
⑥ 二通りに決まり，それらはともに直角三角形である
⑦ 二通りに決まり，それらは直角三角形と鈍角三角形である
⑧ 二通りに決まり，それらはともに鈍角三角形である

3

a を定数とする。実数 x に関する二つの条件 p，q を次のように定める。

p：$-1 \leqq x \leqq 3$

q：$|x-a|>3$

条件 p，q の否定をそれぞれ $\overline{p}$，$\overline{q}$ で表す。

(1)　命題「$p \Longrightarrow q$」が真であるような a の値の範囲は

$a<$ **アイ** ，　**ウ** $<a$

である。

(2)　$a=$ ウ のとき，$x=$ **エ** は命題「$p \Longrightarrow q$」の反例である。

（次ページに続く。）

(3)　実数 x に関する条件 r を次のように定める。

$r : 3 < x \leqq 4$

次の [オ] に当てはまるものを，下の⓪〜③のうちから一つ選べ。

$a = 1$ のとき，条件「$\overline{p}$ かつ $\overline{q}$」は条件 r であるための [オ]。

⓪　必要条件であるが，十分条件ではない

①　十分条件であるが，必要条件ではない

②　必要十分条件である

③　必要条件でも十分条件でもない

テキスト解答

【講義問題の略解】

※動画講義の内容を補完するものです。記述式の試験の答案を想定したものとはなっておりません。ご了承ください。

第１講　式と計算・図形と計量

1 [1]　$(19+5\sqrt{13})(19-5\sqrt{13})=19^2-(5\sqrt{13})^2=361-325=36$

$(19+5\sqrt{13})(19-5\sqrt{13})>0$，$19+5\sqrt{13}>0$ より，$19-5\sqrt{13}>0$

$\alpha=+\sqrt{19+5\sqrt{13}}$，$\beta=+\sqrt{19-5\sqrt{13}}$ とすると

$$\alpha^2+\beta^2=(19+5\sqrt{13})+(19-5\sqrt{13})=38$$

$$\alpha\beta=\sqrt{19+5\sqrt{13}}\sqrt{19-5\sqrt{13}}$$

$$=\sqrt{(19+5\sqrt{13})(19-5\sqrt{13})}=\sqrt{36}=6$$

であり

$$(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2=38+2\cdot6=50$$

$$(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2=38-2\cdot6=26$$

である。$\alpha>0$，$\beta>0$，$\alpha>\beta$ より

$\alpha+\beta=+\sqrt{50}=5\sqrt{2}$　……①，$\alpha-\beta=+\sqrt{26}$　……②

したがって

(①＋②)÷2 より $\alpha=\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{26}}{2}$　　(①－②)÷2 より $\beta=\dfrac{5\sqrt{2}-\sqrt{26}}{2}$

[2]　$|ax-b-7|<3$　……①より $-3<ax-b-7<3$

よって $b+4<ax<b+10$　……①′

(1)　$a=-3$，$b=-2$ のとき，①′ より $2<-3x<8$　　$-\dfrac{8}{3}<x<-\dfrac{2}{3}$

よって，①を満たす整数全体の集合 P は　　$P=\{-2,\ -1\}$

(2)　$a=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ のとき，①′ より $\sqrt{2}(b+4)<x<\sqrt{2}(b+10)$　……①″

$\sqrt{2}b+4\sqrt{2}<x<\sqrt{2}b+10\sqrt{2}$

(i)　$b=1$ のとき，①″ より $5\sqrt{2}<x<11\sqrt{2} \iff \sqrt{50}<x<\sqrt{242}$

よって，①を満たす整数 x は $x=8,\ 9,\ \cdots\cdots,\ 15$ の $15-8+1=8$ (個)

(ii)　①を満たす整数が $8+1=9$ 個であるような正の整数 b を考える。

$b=2$ のとき，①″ より $6\sqrt{2}<x<12\sqrt{2} \iff \sqrt{72}<x<\sqrt{288}$

よって，①を満たす整数 x は $x=9,\ 10,\ \cdots\cdots,\ 16$ の $16-9+1=8$ (個)

$b=3$ のとき，①″ より $7\sqrt{2}<x<13\sqrt{2} \iff \sqrt{98}<x<\sqrt{338}$

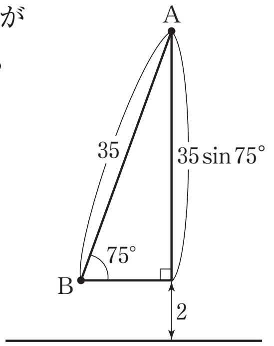
よって，①を満たす整数 x は $x=10,\ 11,\ \cdots\cdots,\ 18$ の $18-10+1=9$ (個)

よって①を満たす整数が $8+1=9$ 個であるような正の整数 b のうち，最小のものは 3

2

[1] (1) はしごの先端 A の高さが最も高くなるのは，はしごの角度が 75° のときである。よって，最高到達点の高さは，地面から

$$2+AB\sin 75^\circ$$
$$=2+35\sin 75^\circ$$
$$=2+35\times 0.9659 \quad (三角比の表より)$$
$$=2+33.8065$$
$$=35.8065\fallingdotseq 36\ (m)$$



(2) (i) 直角三角形 PBQ において

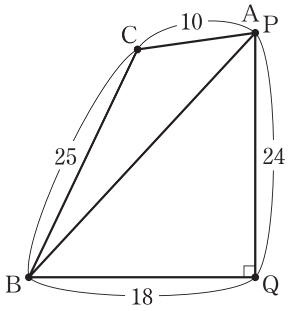
$$\tan\angle PBQ=\frac{PQ}{BQ}=\frac{4}{3}=1.333\cdots\cdots$$

三角比の表より，$\angle PBQ\fallingdotseq 53^\circ$

三平方の定理より　BP＝30　　よって AB＝30

次に三角形 ABC において，余弦定理より

$$\cos\angle ABC=\frac{BA^2+BC^2-AC^2}{2\cdot BA\cdot BC}=\frac{30^2+25^2-10^2}{2\cdot 30\cdot 25}$$
$$=\frac{6^2+5^2-2^2}{2\cdot 6\cdot 5}=\frac{57}{2\cdot 6\cdot 5}=\frac{19}{20}=0.95$$



三角比の表より，$\angle ABC\fallingdotseq 18^\circ$

したがって，$\angle QBC=\angle PBQ+\angle ABC\fallingdotseq 53+18=71^\circ$　(⑤)

(ii) フェンスを直線に見立て，BC，BQ との交点をそれぞれ R，S とすると

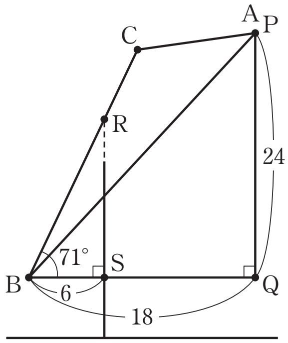
$$RS=BS\tan 71^\circ$$
$$=6\times 2.9042 \quad (三角比の表より)$$
$$=17.4252$$

よって，フェンスの高さが

$$2+17.4252=19.4252\ (m)$$

以上のとき，はしごがフェンスに当たる。

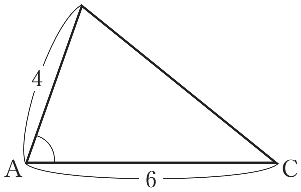
したがって，はしごがフェンスに当たらないフェンスの高さのうち，最大のものは　19 m　(④)



[2] (1) 余弦定理により

$$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cos\angle BAC$$
$$=4^2+6^2-2\cdot 4\cdot 6\cdot\frac{1}{3}=16+36-16=36$$

よって，BC＝6 となり，△ABC はただ一通りに決まる。



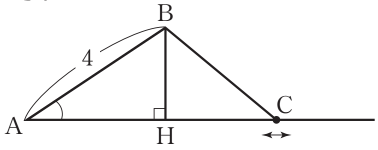
(2) $\sin\angle BAC=\frac{1}{3}$ を満たす $\angle BAC$ は，鋭角と鈍角の 2 つ存在する。

(ⅰ)　∠BAC が鋭角のとき

点 B から直線 AC に垂線 BH を下ろすと，

BC が最小となるのは，点 C が点 H と一致するとき。

$\mathrm{BH}=\mathrm{AB}\sin\angle\mathrm{BAC}=4\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{3}$



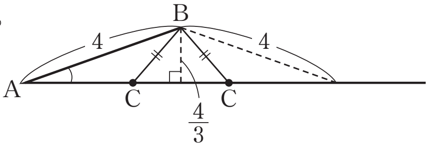
よって，$\mathrm{BC}\geqq\dfrac{4}{3}$

(ⅱ)　∠BAC が鈍角のとき

$\mathrm{BC}\geqq 4$

(ⅰ)(ⅱ)より　$\mathrm{BC}\geqq\dfrac{4}{3}$

$\mathrm{BC}=\dfrac{4}{3}$ のとき，△ABC はただ一通りに決まる。



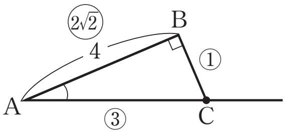
$\dfrac{4}{3}<\mathrm{BC}<4$ のとき，△ABC は二通りに決まる。

BC＝4 のとき，△ABC はただ一通りに決まる。

BC＞4 のとき，△ABC は二通りに決まる。

また，∠ABC＝90° のとき，∠BAC は鋭角であり，

$\sin\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{1}{3}$ より，AC：BC＝3：1



よって，AC：BC：AB＝3：1：$2\sqrt{2}$ であるから，

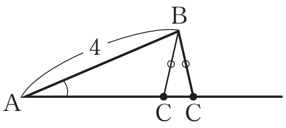
$\mathrm{BC}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\mathrm{AB}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\cdot 4=\sqrt{2}$

以上より，△ABC の形状について

・$\dfrac{4}{3}<\mathrm{BC}<\sqrt{2}$ のとき

△ABC は二通りに決まり，それらは

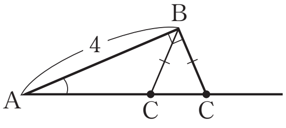
鋭角三角形と鈍角三角形である　(⑤)



・$\mathrm{BC}=\sqrt{2}$ のとき

△ABC は二通りに決まり，それらは

直角三角形と鈍角三角形である　(⑦)



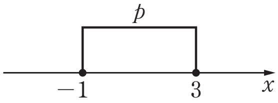
・$\mathrm{BC}>\sqrt{2}$ かつ $\mathrm{BC}\neq 4$ のとき

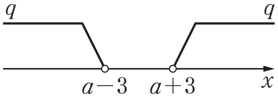
△ABC は二通りに決まり，それらはともに鈍角三角形である　(⑧)

3　$|x-a|>3$ より，

$x-a<-3,\ 3<x-a$

よって，$q：x<a-3,\ a+3<x$

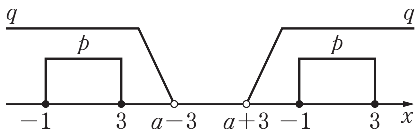




(1)　命題「$p \Longrightarrow q$」が真であるような a の値の範囲は

$a+3<-1$　または　$3<a-3$

よって，$a<-4$，$6<a$



(2)　$a=6$ のとき

$q : x<3$，$9<x$

よって，$x=3$ は命題「$p \Longrightarrow q$」の反例

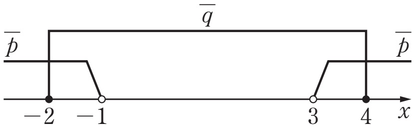
(3)　$p : -1 \leqq x \leqq 3$ より，$\overline{p} : x<-1$，$3<x$

$a=1$ のとき

$q : x<-2$，$4<x$

よって　$\overline{q} : -2 \leqq x \leqq 4$

よって，$\overline{p}$ かつ $\overline{q} : -2 \leqq x<-1$，$3<x \leqq 4$

したがって，条件「$\overline{p}$ かつ $\overline{q}$」は，

$r : 3<x \leqq 4$ であるための必要条件であるが，十分条件ではない（⓪）